

Universidad Internacional del Ecuador



**Facultad de Ciencias Técnicas
Escuela de Ingeniería Mecánica Automotriz**

Trabajo de Integración Curricular

Artículo Investigación para la obtención del Título de Ingeniera en Mecánica Automotriz

**DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAR LAS
CARACTERÍSTICAS DE FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN DEL
VEHÍCULO**

Marco Sebastián Albán Campos

Jean Carlos Noboa Espinel

Director: Ing. Juan Fernando Iñiguez Izquierdo

Quito, Enero 2022

DEDICATORIA

A mi familia, la cual siempre me ha apoyado y alentado a crecer de manera profesional, pero sobre todo como persona. El resultado de este trabajo de investigación es el reflejo de su guía y ejemplo.

- Marco Sebastián Albán Campos

DEDICATORIA

El presente trabajo se lo dedico principalmente a mi padre y a mi madre, han sido el soporte para cumplir mis metas y anhelos. Su infinito amor y sabiduría me han guiado siempre hacia la constante mejora. Del mismo modo se lo dedico a mis hermanos quienes son mis cómplices de vida. Se lo dedico a Sariah, mi gran apoyo y amor. Finalmente, dedicado a mi grupo de amigos, con quienes no solo conformamos un grupo de trabajo sino una hermandad la cual siempre está dispuesta ayudar y alcanzar sus objetivos como grupo.

- Jean Carlos Noboa Espinel.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a mis padres, quienes siempre me enseñaron que cualquier sueño se puede cumplir cuando se trabaja con constancia y dedicación. Además de inculcarme valores que son mis pilares de vida. A mis hermanas quienes han acompañado mis pasos; guiándome con su ejemplo y sabiduría. Por último, a mis compañeros y amigos, quienes a lo largo de esta carrera fueron un incentivo para trabajar con esmero y alegría y así cumplir con nuestro objetivo.

- Marco Sebastián Albán Campos.

AGRADECIMIENTO

Quiero empezar dando gracias a Dios quien siempre obra en mi vida y me ha permitido convertirme en un profesional. Agradezco a mi madre Mery por ser un ángel en mi vida y guiarme siempre al camino del éxito y enseñarme el valor de mi propio ser, a mi padre por ser un soporte familiar y siempre velar por el bien colectivo, sus valores siempre me acompañan y me incentivan a ser mejor cada día. Del mismo modo agradezco a mis hermanos quienes siempre me han apoyado y aconsejado para cada día ser mejor. A Sariah, gracias por llenar mi vida de amor y constante apoyo.

Agradezco a mi compañero de trabajo Marco Albán por su gran amistad sobretodo y el constante trabajo en equipo durante la carrera universitaria, igualmente a mi grupo de amigos con quienes no solo trabaje sino forme una familia que día a día nos apoyamos y sabemos que somos un soporte para quien lo necesite dentro del grupo. Agradezco a mi familia automotriz, es decir mi facultad de Ingeniería Automotriz por brindarme las herramientas necesarias para mi formación universitaria y de manera muy especial al Ing. Juan Fernando Iñiguez, no solamente ha sido un gran profesor por su enorme conocimiento y experiencia en la materia, ha sido una constante guía y ayuda para quienes lo hemos requerido.

- Jean Carlos Noboa Espinel.

ÍNDICE DE FÓRMULAS

Fórmula 1: Motion Ratio.....	11
Fórmula 2: Ángulo de corrección.....	11
Fórmula 3: Constante del resorte	12
Fórmula 4: Fuerza requerida del resorte	12
Fórmula 5: Fuerza ajustada	12
Fórmula 6: Deformación del resorte	12
Fórmula 7: Longitud libre del resorte	13
Fórmula 8: Peso en el corner.....	13
Fórmula 9: Frecuencia de pesos no suspendidos	13
Fórmula 10: Frecuencia de pesos suspendidos	14
Fórmula 11: Constante de la rueda.....	14
Fórmula 12: Rigidez de la suspensión.....	14
Fórmula 13: Rigidez del neumático	14

Desarrollo del modelo matemático para determinar las características de funcionamiento del sistema de suspensión del vehículo.

Marco Sebastián Albán Campos¹, Jean Carlos Noboa Espinel²

¹ Estudiante de Ingeniería Automotriz en la Universidad Internacional del Ecuador, maalbanca@uide.edu.ec

² Estudiante de Ingeniería Automotriz en la Universidad Internacional del Ecuador, jenoboes@uide.edu.ec

Resumen

Introducción: Se desarrolló un modelo matemático el cual relaciona las diferentes variables y entrega valores los cuales reflejan el funcionamiento del sistema. La finalidad de este estudio es generar la base de un diseño de software. **Metodología:** Para esto, se realizó una comparativa entre los valores entregados por el modelo matemático y las pruebas prácticas realizadas en el banco de pruebas de suspensión Beissbarth. Esto con la finalidad de contrastar los resultados entregados por el modelo matemático. **Resultados:** Mediante el algoritmo desarrollado se obtuvieron las variables básicas del sistema de suspensión. Estas variables se interrelacionan para determinar las frecuencias de los pesos suspendidos y no suspendidos. Obteniendo así, una frecuencia en los pesos no suspendidos de 14,593 Hz y 1,88 Hz para los pesos suspendidos. Además, se obtuvo que el resorte presenta una deformación bajo carga de 55 mm y una longitud libre de 193,4 mm. **Conclusión:** A partir de la obtención de la frecuencia de la masa suspendida obtenida, se determinó que el vehículo presenta una suspensión que busca tener una sensación de confort principalmente. Por otro lado, al realizar la comparación entre el método experimental y teórico se obtuvo una variabilidad del 2,71% con respecto a los valores de frecuencia. Además, en parámetros referentes a los parámetros geométricos del resorte, se estableció una diferencia del 1,143%.

Palabras clave: Modelo matemático, sistema de suspensión, software, frecuencia, funcionamiento.

Introduction: A mathematical model was developed which relates the different variables and delivers values which reflect the functioning of the system. The purpose of this study is to generate the basis for a software design. **Methodology:** For this, a comparison was made between the values delivered by the mathematical model and the practical tests carried out on the Beissbarth suspension test bench. This in order to contrast the results delivered by the mathematical model. **Results:** By the algorithm developed, the basic variables of the suspension system were obtained. These variables are interrelated to determine the frequencies of the suspended and unsprung weights. Obtaining a frequency in the unsprung weights of 14.593 Hz and 1.88 Hz for the suspended weights. Furthermore, it was obtained that the spring has a deflection under load of 55 mm and a free length of 193.4 mm. **Conclusion:** From obtaining the frequency of the suspended mass obtained, it was determined that the vehicle has a suspension that mainly seeks to have a feeling of comfort. On the other hand, when making the comparison between the experimental and theoretical method, a variability of 2.71% was obtained with respect to the frequency values. In addition, in parameters referring to the geometric parameters of the spring, a difference of 1,143% was established.

Keywords: Mathematic model, suspension system, software, frequency, operation.

1. INTRODUCCIÓN

Dado que, en la actualidad no es posible encontrar en nuestro medio a nivel regional una herramienta digital que permita obtener los datos reales de funcionamiento del sistema de suspensión de un vehículo. Por lo tanto, se generó un modelo matemático el cual sirve de base para la creación y desarrollo de un software digital. Esta herramienta digital ayudará a realizar un proceso de diseño o rediseño de un sistema de suspensión, optimizando los recursos tales como el tiempo. La finalidad del presente artículo inicialmente será diseñar una aplicación la cual permita una rápida obtención de los datos para la configuración de un sistema de suspensión.

Se construyó un modelo matemático el cual arroje los parámetros de funcionamiento del sistema de suspensión de un vehículo a partir de las variables determinadas de cada caso. Para la construcción del modelo matemático se va a generar algoritmos, los cuales entregan los valores ideales. Las fórmulas se alimentarán con datos base para la obtención de los resultados.

Durante el proceso de desarrollo se deberá establecer las variables que intervienen en el sistema de suspensión. Además, se necesita definir los algoritmos matemáticos y los límites de trabajo propias de cada vehículo.

Es necesario entender que al hablar sobre la geometría de la suspensión hace referencia a la interacción de las masas suspendidas y no suspendidas del automóvil. Estas determinarán el movimiento relativo y las fuerzas que transmiten. Por lo tanto, cada vehículo necesita una geometría determinada. [1]

Debido a esto, el proceso de diseño del subsistema de suspensión de un automóvil es complejo y demanda mucho tiempo. Para optimizar este proceso existe una interfaz, la cual nos ayudará a diseñar ciertos elementos del sistema de suspensión. [2]

Uno de los factores que influyen en el confort de los pasajeros de un vehículo, es la frecuencia de las vibraciones que experimenta. El cuerpo humano genera una mayor respuesta a vibraciones de baja frecuencia y viceversa. [3]

Hoy en día, se puede encontrar herramientas digitales tales como ADAMS/CAR. Mediante este software de simulación es posible realizar diferentes pruebas sobre la dinámica que tendrá la suspensión a diseñar. Por ejemplo, se utiliza esta herramienta para diseñar un vehículo que competirá en la fórmula SAE. [4]

En esta investigación se utilizará un método sintético, ya que, nos estructurará un proceso analítico para determinar las variables que afectan en la dinámica de un sistema de suspensión.

2. MARCO TEÓRICO

Uno de los principales sistemas que conforman el vehículo es el de suspensión. Este cumple con la función principal de absorber las irregularidades del camino, evitando que estas se transmitan hacia la cabina, y así asegurar que los pasajeros del vehículo presenten una sensación de confort. Otra de las funciones primordiales de la suspensión, es asegurar que los neumáticos estén en contacto con el suelo. Con lo cual se consigue que la maniobrabilidad y estabilidad del automóvil no se vea comprometida. [5]

Por otro lado, existen funciones del sistema de suspensión que se encuentran directamente relacionadas con el comportamiento o manejo del vehículo. Para entender de mejor manera, se puede dividir en tres tipos de oscilaciones en el sistema de suspensión.

Empuje: son aquellas oscilaciones que se generan en sentido vertical. Estas son generadas por las irregularidades del terreno por el cual se desplaza el automóvil.

Cabeceo: este movimiento hace referencia a las oscilaciones producidas en el eje transversal del vehículo. Este fenómeno se produce principalmente por la inercia del automóvil, ya sea por aceleración o frenado del mismo.

Balanceo: este movimiento está relacionado con las oscilaciones generadas en el eje longitudinal. Estas son originadas cuando el vehículo atraviesa curvas muy pronunciadas o a una alta velocidad. [5]

Estos tres fenómenos o movimientos son los que determinan la condición de maniobrabilidad y estabilidad del vehículo.

A lo largo de la historia se han desarrollado y utilizado diferentes tipos de sistemas de suspensión. Es posible dividir los sistemas en dos tipos: rígidos e independientes. En este último, se encuentra la suspensión tipo McPherson. Este es uno de los sistemas más utilizados, principalmente en vehículos de turismo y utilitarios en la actualidad. Esta configuración presenta grandes ventajas tales como: peso reducido, diseño compacto y bajo costo.

Este tipo de suspensión está conformada por un brazo de control inferior, en el cual se encuentra anclado un elemento amortiguador. [6].

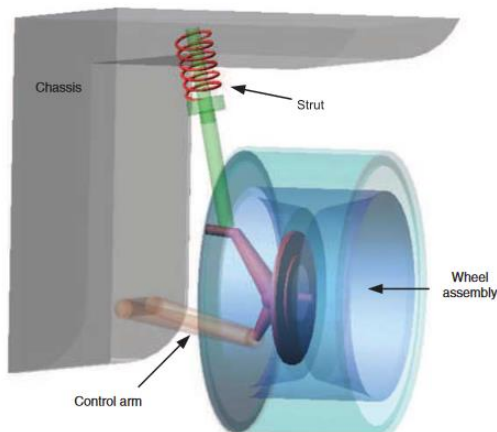


Figura 1: Suspensión McPherson

Fuente: Hure, J; Mandow, A; García-Cerezo, A

Para el estudio y análisis de un sistema de suspensión tipo McPherson, existen varias parámetros o propiedades, tales como:

2.1 MOTION RATIO

La proporción de movimiento entre los brazos de suspensión recomendado en los vehículos de calle es de aproximadamente 0.81, esta relación mantiene el camber al mínimo y asegura manejo y estabilidad. [7] Las variables necesarias en esta proporción se obtienen mediante la relación de la longitud del brazo del amortiguador y la longitud del brazo inferior. Este modelo matemático es medible en suspensiones de tipo McPherson dado que la geometría de este tipo de mecanismos determina la relación de movimiento vertical de la rueda y el desplazamiento generado por el impacto. Esta relación determina la frecuencia natural del vehículo y afecta significativamente sus cualidades de manejo. [8]

$$MR = \frac{d1}{d2}$$

Fórmula 1: Motion Ratio

Donde:

MR: Motion Ratio

d1: Longitud brazo-amortiguador

d2: Longitud del brazo inferior

2.2 Ángulo de Corrección

El ángulo de corrección o de salida es el ángulo que se forma entre el brazo amortiguador de la suspensión y el eje dirección respecto la vertical. Este indica la longitud del eje y la superficie de contacto, y al modificar dicho ángulo se consigue corregir la distancia y reducir la presión ejercida respecto al neumático y la superficie. Esto con el fin de disminuir el torque sobre el eje de dirección durante el movimiento dinámico. [9]

$$ACF = \cos(\hat{A})$$

Fórmula 2: Ángulo de corrección

Donde:
 ACF: Ángulo de Corrección.
 Â: Angulo en **RADIANES**

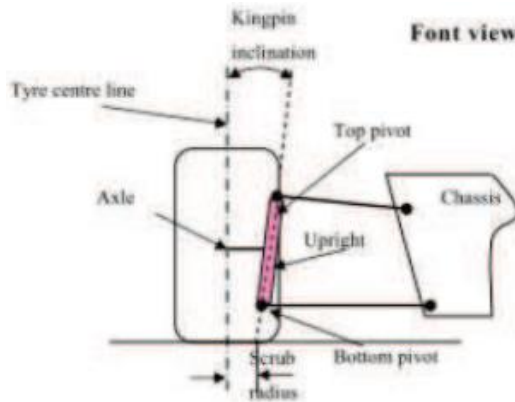


Figura 2: Angulo de Corrección
Fuente: Santos, A; Sancho, J

2.3 Resortes

Como lo menciona Faires, [10]. Los resortes o muelles son elementos mecánicos capaces de ejercer fuerza y almacenar energía dependiente de la fuerza aplicada y cuando esta se libera. Por ello este elemento tiene el objetivo de soportar distintas fuerzas y cargas que se ejercen en el vehículo.

Una de las propiedades que se deben establecer es la constante del resorte. La cual está definida por la siguiente fórmula.

$$K = \frac{d^4 \times G}{8 \times n \times D^3}$$

Fórmula 3: Constante del resorte

Donde:
 K: Constante del resorte
 d: Diámetro del alambre
 G: Coeficiente de elasticidad
 n: Número de espiras
 D: Diámetro medio

En cuanto a resortes existen de muelle, en espiral o en barra de torsión. Su función es absorber las cargas generadas por los imperfectos de la superficie. Comúnmente se los realiza de acero y cuentan con un límite de carga para deformación, este establecido por cada fabricante. [11]

Por otro lado, es importante definir la fuerza requerida del resorte. Para esto se aplica la siguiente fórmula: [11]

$$FR = Pc \times ACF$$

Fórmula 4: Fuerza requerida del resorte

Donde:
 FR: Fuerza requerida en el resorte
 Pc: Peso en el córner
 ACF: Ángulo de Corrección

En los sistemas de suspensión es muy importante entender las fuerzas que se aplican e interactúan durante el movimiento dinámico de la misma, dichos esfuerzos son dependientes de la geometría de nuestra suspensión y los elementos que la conforman. Por ejemplo, la fuerza ajustada se deriva de la fuerza requerida en el resorte en relación al ángulo de corrección:

$$ASF = \frac{FR}{ACF}$$

Fórmula 5: Fuerza ajustada

Donde:
 ASF: Fuerza ajustada
 FR: Fuerza requerida en el resorte
 ACF: Ángulo de corrección

Del mismo modo, se establecen ecuaciones que nos permiten obtener la deformación del resorte cuando este es aplicado bajo carga, por ello conocer la geometría del resorte vehicular es imprescindible:

$$df = \frac{n \times ASF \times \left(\frac{D}{2}\right)^3 \times 64}{G \times d^4}$$

Fórmula 6: Deformación del resorte

Donde:
 df: Deformación bajo carga
 ASF: Fuerza ajustada
 d: Diámetro del alambre
 G: Coeficiente de elasticidad
 n: Número de espiras
 D: Diámetro medio

Al obtener la deformación del resorte bajo carga es posible conocer la longitud libre del mismo mediante la siguiente ecuación:

$$L = n \times (d + a) + df$$

Fórmula 7: Longitud libre del resorte

Donde:

L: Longitud libre

df: Deformación bajo carga

d: Diámetro del alambre

a: Paso entre espiras

n: Número de espiras

2.4 Peso vehicular

Otra variable que afecta directamente al funcionamiento del modelo matemático es el peso del vehículo y como el fabricante distribuye el mismo durante su diseño. Es por ello que la variable aplicada es el peso en el córner del vehículo mismo que se obtiene en un banco de prueba que cuenta con la balanza automotriz en la cual se coloca una rueda del vehículo. [12] Esta clase de banco de pruebas permite conocer los valores de suspensión respecto frecuencia y peso de la misma, al igual de valores proporcionales respecto la rigidez y su funcionamiento durante la compresión.

Del mismo modo se puede obtener el peso en el córner en base a su peso total, así se obtiene la siguiente fórmula:

$$Pc = \frac{Pt \times 0.6}{2}$$

Fórmula 8: Peso en el corner

Donde:

Pc: Peso en el córner

Pt: Peso total del vehículo.

Todos estos factores interactúan, generando diferentes sensaciones en el o los ocupantes del vehículo. Mediante investigaciones, se ha logrado determinar los dos factores más

influyentes, los cuales son: la frecuencia y la amplitud de oscilaciones.

A partir de esto, se ha logrado conformar una tabla referencial sobre el grado de confort que experimentan los pasajeros versus la frecuencia y la amplitud de las oscilaciones. [5]

Período Oscilación [s] / Frecuencia [Hz]	Amplitud [mm]	Sensación de confort	Tolerancia física
0.2/5	10	Muy mala	Intolerable
0.4/2.5	40	Muy mala	Intolerable
0.5/2	62.5	Suspensión seca (sport)	Tolerable poco tiempo
0.9/1.1	200	Confortable	Tolerable indefinidamente
1/1	250	Confortable	Tolerable indefinidamente
1.26/0.8	400	Excesivamente confortable	Tendencia al mareo

Tabla 1: Confort según la frecuencia y amplitud de las oscilaciones
Fuente: Sanz, P

2.5 Frecuencia de los pesos no suspendidos

Este apartado hace referencia a la frecuencia con la cual se encuentran trabajando los diferentes componentes del sistema de suspensión. Los principales elementos que conforman los pesos no suspendidos son: aro, neumático, manzana, mangueta, disco de freno, resorte y amortiguador.

Para la obtención de esta variable se aplica la siguiente fórmula:

$$\omega_{m1} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{km + kn}{m1}}$$

Fórmula 9: Frecuencia de pesos no suspendidos

Donde:

ω_{m1} : Frecuencia masas no suspendidas
 km : Constante de rigidez del resorte
 kn : Constante rigidez neumático
 $m1$: Valor masa no suspendida

2.6 Frecuencia de los pesos suspendidos

Los pesos suspendidos hacen referencia a todos los elementos que se encuentran por encima del sistema de suspensión. [13]

Es importante calcular la frecuencia con la cual estos elementos se encuentran trabajando, ya que, dependiendo de este resultado se puede determinar el grado de confort que experimentan los pasajeros del vehículo.

$$\omega_{m2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{km \times kn}{(km + kn)m2}}$$

Fórmula 10: Frecuencia de pesos suspendidos

Donde:

ω_{m2} : Frecuencia masas no suspendidas
 km : Constante de rigidez del resorte
 kn : Constante rigidez neumático
 $m2$: Valor masas suspendidas

Otro concepto que hay tener en cuenta es la resonancia. Se dice que un sistema de suspensión entra en resonancia cuando la frecuencia de las oscilaciones de la masa suspendida coincide con las que son generadas por las irregularidades del terreno. Esto conlleva a una amplificación de la amplitud, lo que a su vez puede generar la pérdida del contacto entre la rueda y el suelo; o una sensación de poca confortabilidad. Para contrarrestar este fenómeno, se instala un elemento amortiguador en el sistema de suspensión. [5]

2.7 Constante de la rueda (Wheel rate)

Las ruedas forman parte del sistema de suspensión, por ello ciertos cálculos del modelo matemático a desarrollar utilizan la constante de rueda misma que se obtiene de la ecuación:

$$WR = MR^2 \times K \times ACF$$

Fórmula 11: Constante de la rueda

Donde:

WR : Constante en la Rueda
 MR : Motion Ratio
 ACF : Ángulo de corrección
 K : Constante en el resorte

2.8 Rigidez de la suspensión

La rigidez de la suspensión es un factor que se determina mediante la relación de la tensión del neumático y la constante que el mismo genera en base a su resorte, por ello:

$$Tf = \frac{Tn \times WR}{WR + Kn}$$

Fórmula 12: Rigidez de la suspensión

Donde:

Tf : Rigidez de la suspensión
 Kn : Rigidez del neumático
 WR : Constante de Rueda (Wheel Rate)

2.9 Rigidez neumático

La rigidez radial del neumático hace referencia a la característica de elasticidad que posee el mismo. En otras palabras, es la deformación vertical que sufre el neumático a aplicar carga. [14]

Para obtener este valor se aplica la siguiente fórmula

$$Kn = \frac{\text{Peso en el corner}}{\text{deformación}}$$

Fórmula 13: Rigidez del neumático

3. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 BANCO DE PRUEBAS

La investigación se realizó mediante el empleo de banco de pruebas Beissbarth, dicho banco de pruebas cuenta con un fonómetro, banco de suspensión y alineador al paso.

Para interés de la investigación, la parte del banco de pruebas es el banco de suspensión,

mismo que se compone por una balanza de pesaje de eje capaz de soportar 2000 kilogramos en total y no por eje es decir que individualmente no puede exceder 1000 kilogramos. La frecuencia de excitación del banco es de 25 Hertz, lo que le permite un desplazamiento vertical de 6 mm. Su funcionamiento se da mediante el empleo de un motor eléctrico de 3 fases y alimentación de 220 voltios con una potencia total de hasta 3 kilowatts. [15] Todo este banco trabaja en directo con un software del fabricante mediante su conexión a un computador.



Imagen 1: Vehículo en el banco de pruebas.
Fuente: Originalía del Autor

3.2 NORMATIVA NACIONAL SUSPENSIONES

La norma con la cual trabaja este equipo es la norma NTE INEN 2349:2003, misma que establece los procedimientos a realizar en la revisión técnica vehicular del Ecuador. Esta normativa establece al banco de pruebas de suspensiones como dispositivos mecatrónicos, el cual consiste en par de placas vibratorias y sensores convenientemente dispuestos, que permiten verificar el correcto funcionamiento del conjunto de la suspensión de un vehículo mediante la determinación de variables como amplitud de oscilación en resonancia, eficiencia porcentual de la suspensión, etc. [16]

De igual modo establece el objetivo del banco de pruebas, el cual es que debe medir

automáticamente al menos la eficiencia de las suspensiones delantera y posterior en porcentaje y la amplitud máxima de oscilación en resonancia de cada una de las ruedas, en milímetros con las siguientes características:

PARAMETRO	REQUERIMIENTO
Tipo	De doble placa oscilante y empotrada a ras del piso, de amplitud y frecuencia de oscilación variables automáticas.
Ancho de vía del vehículo	850 mm mínimo interno 2000 mm máximo externo
Capacidad portante mínima	1500 kg por eje
Valor de una división de escala (resolución)	1% en la eficiencia; 1 mm en la amplitud

Tabla 2: Parámetros y requerimiento norma INEN 2349:2003

Fuente: INEN

La prueba de suspensión consiste en posicionar al vehículo sobre las placas vibratorias eje por eje. Una vez que cada eje se encuentra en la posición correcta se activa el banco desde el computador. Después que se realiza la prueba se anota la eficiencia porcentual de cada suspensión.

3.3 VEHÍCULO

El vehículo experimental es un Volkswagen Gol del año 2003, el mismo cuenta con suspensión independiente tipo McPherson, sus especificaciones son las siguientes:

Elemento:	Valor:
Peso del vehículo	1078 kg
Peso eje delantero	675 kg
Peso eje trasero	403 kg
Long. Brazo Amortiguador	24 cm
Long. Brazo inferior	27 cm
Distancia entre ejes	2.45 m
Angulo del Amortiguador	8°

Diámetro Exterior Resorte	13,4 cm
Espesor del alambre	11,8 mm
Paso entre espiras	22.8 mm
Número de espiras	4

Tabla 3: Parámetros Suspensión Volkswagen Gol
Fuente: Originaria del Autor

Para definir el valor de los pesos no suspendidos de este vehículo, se toman en cuenta los siguientes parámetros:

Elemento	Peso (kg)
Neumático y aro	15
Mangueta	2,73
Manzana	0,91
Disco de freno	2,27
Mesa de suspensión	1,85
Amortiguador y resorte	1,13
Total	23,89

Tabla 4: Pesos no suspendidos
Fuente: Originaria del Autor

Para la determinación de estos valores se obtuvo la suspensión del vehículo y se emplea un calibrador pie de rey o micrómetro. Estas herramienta de medición permiten medir con precisión elementos o distancias con tolerancias milimétricas. Además, se empleó una balanza para obtener los pesos individuales de los distintos elementos que componen el grupo de pesos no suspendidos.

Además, Se necesita también un flexómetro, herramienta de medición longitudinal, la cual permite medir mayores distancias. A diferencia del micrómetro, esta herramienta posee un menor grado de precisión, por lo cual se emplea solamente para elementos con superficies prolongadas, las cuales no pueden ser determinadas por los elementos de medición de precisión.

Para obtener la medición angular que forma el brazo del amortiguador respecto la vertical del

brazo inferior, se utiliza una regla angular, misma que cuenta con la ventaja de ubicarse en cualquier posición y verificar el ángulo y la cantidad de grados que este posee.

3.4 ELEMENTOS DIGITALES

Para el diseño de la aplicación es necesario generar un software base:

3.4.1 VISUAL STUDIO CODE

Este programa es un editor de código de fuente perteneciente a Microsoft, una ventaja de este programa es la compatibilidad de lenguajes de programación que este tiene disponible. Sus extensiones nos facilitan el trabajo con el lenguaje Python, C / C++, JavaScript, etc. [17]

3.4.2 LENGUAJE JAVA

El lenguaje de programación empleado es java en el mismo se destacan expresiones y operadores que diferencian las diferentes clases generadas. Es decir, el lenguaje java es un lenguaje de sintaxis sencilla, de fácil soporte y resistente a todo tipo de motor de ejecución. [18]

4. RESULTADOS

Al aplicar los datos del vehículo de pruebas en el modelo matemático desarrollado se obtuvieron los siguientes resultados. Dichos resultados pueden ser divididos en subclases, para lograr un mejor entendimiento.

El primer grupo está compuesto por valores o parámetros generales sobre el sistema de suspensión estudiado. Se obtiene los siguientes resultados:

(MR) Motion Ratio	0,889	
(ACF) Ángulo de corrección	0,990	
(K) Constante del resorte	6,974	kg/mm

(WR) Constante de rueda	5,457	kg/mm
(FR) Fuerza requerida del resorte	379,688	kg
(ASF) Fuerza ajustada	383,419	kg

Tabla 5: Variables generales
Fuente: Originaria del Autor

Mediante este primer grupo de variables es posible determinar, principalmente, las fuerzas que se están generando en nuestro sistema de suspensión.

El siguiente subgrupo, está compuesto por las variables las cuales hacen referencia del comportamiento del sistema de suspensión al aplicarle las cargas antes mencionadas. Así se obtienen los siguientes resultados:

(Tf) Rigidez de la suspensión	3,866	kg/mm
Frecuencia de los pesos no suspendidos	14,593	Hz
Frecuencia de los pesos suspendidos	1,908	Hz

Tabla 6: Variables específicas
Fuente: Originaria del Autor

Estas variables tienen o presentan un carácter mucho más específico. Es decir, entregan una idea mucho más clara del comportamiento dinámico que están teniendo los diferentes componentes al trabajar en conjunto.

Por otro lado, existen dos variables dependientes, las cuales hacen referencia al resorte y su geometría. Esto es de vital importancia, ya que, este es uno de los elementos principales dentro de un sistema de suspensión de tipo McPherson. Por consiguiente, se establecen los siguientes valores:

Deformación bajo carga (df)	55,0	mm
Longitud libre (L)	193,4	mm

Tabla 7: Variables geométricas
Fuente: Originaria del Autor

Mediante estas dos variables, se determina el cambio de los parámetros geométricos del resorte. Estos valores toman gran relevancia, al determinar el tipo de resorte que se debe utilizar, partiendo de la aplicación y las características propias de la misma.

5. CONCLUSIONES

Al analizar los datos entregados por el modelo matemático, se establece que existen variables que nos entregan una idea más clara del funcionamiento del sistema de suspensión estudiado.

En este caso en particular, se llega a la conclusión que a partir de las fuerzas que se generan en el sistema de suspensión, se pudo determinar que la frecuencia generada en las masas suspendidas es de 1,908 Hz. Este valor es de vital importancia, ya que, está directamente relacionado con las sensaciones generadas en los ocupantes del vehículo.

Se han realizado varios estudios en los cuales se relaciona la frecuencia generada en masas suspendidas y el grado de confort experimentado por los pasajeros. Es así que se conforma la siguiente tabla, en la cual se sintetiza dicha información.

FRECUENCIA	SENSACIÓN DE CONFORT	TOLERANCIA FÍSICA
5	MUY MALA	INTOLERABLE
2,5	MUY MALA	INTOLERABLE

2	SUSPENSION SECA (SPORT)	TOREABLE POCO TIEMPO
1,1	CONFORTABLE	TOREABLE INDEFINIDAMENTE
1	CONFORTABLE	TOLERABLE INDEFINIDAMENTE
0,8	EXCESIVAMENTE CONFORTABLE	TENDENCIA AL MAREO

Tabla 8: Confort según la frecuencia y amplitud de las oscilaciones

Fuente: Sanz, P

Si se toma como referencia esta información y se compara con los resultados obtenidos en el modelo matemático, es posible determinar que el sistema de suspensión estudiado se encuentra dentro del punto medio. Esto se debe a que el automóvil estudiado, cumple con una aplicación netamente de turismo y busca que la sensación de confort sea alta en todos sus ocupantes. Se debe tomar en cuenta también, que si bien, la frecuencia calculada (1,88 Hz) se encuentra en la clasificación de “confortable” esta tiende a presentar una rigidez un poco mayor. Esto tiene como objetivo asegurar que el automóvil presente una sensación de estabilidad y seguridad para el conductor principalmente.

Así mismo, al determinar el valor de la frecuencia de las masas no suspendidas se obtiene una idea clara del movimiento oscilatorio que se encuentra realizando todo el sistema de suspensión del vehículo. Mediante las pruebas experimentales realizadas se obtuvo la frecuencia del sistema de suspensión de cada uno de los corner que presentan la suspensión tipo McPherson. Los resultados obtenidos fueron de:

- 17 Hz en el lado izquierdo
- 13 Hz en el lado derecho.

Se establece un valor promedio entre ambos lados, el cual entrega como resultado una frecuencia de 15 Hz.

Si se compara este valor con el obtenido mediante el modelo matemático (14,593 Hz), se establece una variabilidad del 2,71%.

Por otro lado, al analizar los valores de las variables dependientes relacionadas con la geometría de los resortes o espirales, se puede establecer una diferencia entre ambas y determinar que longitud del resorte, cuando se encuentra soportando el peso en el corner es de:

$$Long \text{ (bajo carga)} = 193,4 - 55,0 \text{ [mm]}$$

$$Long \text{ (bajo carga)} = 138,4 \text{ mm}$$

Al generar una comparativa entre este valor y la longitud medida en las pruebas experimentales (140 mm), se puede llegar a la conclusión de que existe una diferencia del 1,143 %. Esta es la diferencia o variabilidad entre los resultados obtenidos mediante las pruebas experimentales y los valores arrojados por el modelo matemático desarrollado en este estudio.

En el software desarrollado es posible comprobar matemática y experimentalmente la fiabilidad del modelo matemático establecido.

6. ANEXOS

• Construcción de la clase suspensión:

```

class Suspension : public Part {
public:
    Suspension(Vehicle* vehicle, AxleWeight axleWeight, TireTension tireTension, ArmShockDistance armShockDistance, LowerControlArmLength lowerControlArmLength, ShockAngle shockAngle, SuspendHeight suspendHeight, WireSpringDiameter wireSpringDiameter, MeterSpringDiameter meterSpringDiameter, MediaSpringDiameter mediaSpringDiameter, ElasticityCoefficient elasticityCoefficient, CoilMass coilMass, PitchSpring pitchSpring);

private:
    Vehicle* vehicle;
    AxleWeight axleWeight;
    TireTension tireTension;
    ArmShockDistance armShockDistance;
    LowerControlArmLength lowerControlArmLength;
    ShockAngle shockAngle;
    SuspendHeight suspendHeight;
    WireSpringDiameter wireSpringDiameter;
    MeterSpringDiameter meterSpringDiameter;
    MediaSpringDiameter mediaSpringDiameter;
    ElasticityCoefficient elasticityCoefficient;
    CoilMass coilMass;
    PitchSpring pitchSpring;
};

```

• Determinación de variables independientes:


```

JS suspensionnuevajs SuspensionProperties.json ...lmodel X JS SuspensionNew.js SuspensionProperties.json
lp-garage-ui > model > SuspensionProperties.json > {} formulas
1 {
2   "inputParameters": {
3     "AxleWeight": {
4       "alias": "AW",
5       "units": "kg",
6       "value": null
7     },
8     "TireTension": {
9       "alias": "TT",
10      "units": "kg/mm",
11      "value": null
12     },
13   },
14   "ArmShockDistance": {
15     "alias": "D1",
16     "units": "mm",
17     "value": null
18   },
19   "lowerControlArmLength": {
20     "alias": "D2",
21     "units": "kg/mm",
22     "value": null
23   },
24   "shockAngle": {
25     "alias": "SA",
26     "units": "rad",
27     "value": null
28   },
29   "suspendedWeights": {
30     "alias": "SW",
31     "units": "kg",
32     "value": null
33   }
34 }

```

- **Determinación de variables dependientes:**

```

JS suspensionnuevajs SuspensionProperties.json ...lmodel X JS SuspensionNew.js
lp-garage-ui > model > SuspensionProperties.json > {} formulas
67 },
68 "formulas": [
69   "MotionRatio": {
70     "alias": "MR",
71     "formula": "D1/D2"
72   },
73   "CorrectionAngle": {
74     "alias": "ACF",
75     "formula": "cos (SA)"
76   },
77   },
78   "SpringConstant": {
79     "alias": "K",
80     "formula": "(d^4*G)/(8*n*D^3)"
81   },
82   "WheelRate": {
83     "alias": "WR",
84     "formula": "MR^2*K*ACF"
85   },
86   },
87   "RequiredForce": {
88     "alias": "FR",
89     "formula": "(AW/2)/MR"
90   },
91   },
92   "AdjustedForce": {
93     "alias": "ASF",
94     "formula": "FR/ACF"
95   },
96   },
97   "SuspensionStiffness": {
98     "alias": "TF",
99   }

```

7. REFERENCIAS

- [1] W. Milliken y D. Milliken, Race Car Vehicle Dynamics, Michigan: SAE Internacional, 1994.
- [2] X. Ning, C. Zhao y J. Shen, «Dynamic Analysis of Car Suspension Using ADAMS/Car for Development of a Software Interface for Optimization,» ELSEVIER, Hangzhou, 2011.
- [3] M. Patil y M. Palanichamy, «A mathematical model of tractor-occupant system with a new seat suspension for minimization of vibration response,» ELSEVIER, Chennai, 1987.
- [4] R. L. Mueller, «Office of Graduate Studies of Texas A&M University,» Agosto 2005. [En línea]. Available: <https://oaktrust.library.tamu.edu/bits/tream/handle/1969.1/2600/etd-tamu-2005B-MEEN-Mueller.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. [Último acceso: 10 Septiembre 2020].
- [5] P. Sanz, «Universidad Carlos III de Madrid,» Octubre 2014. [En línea]. Available: <https://core.ac.uk/download/pdf/44310325.pdf>. [Último acceso: 28 Julio 2021].
- [6] J. Hurel, A. Mandow y A. García-Cerezo, «Pennsylvania State University,» 2013. [En línea]. Available: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00423114.2013.804937>. [Último acceso: 4 Agosto 2021].
- [7] U. R. A. R. A. R. A. R. S. I. C. Julian Wisnu Wirawan, «Design analysis of formula student race car,» AIP

- Conference Proceedings 1931, Surakarta, 2018.
- [8] B. A. J. a. B. D. Polega, «Design of Formula SAE Suspension Components,» *SAE TECHNICAL PAPER SERIES*, p. 13, 2002.
- [9] J. S. R. Alberto Santos Galdiano, *DISEÑO DE VEHÍCULO KARTING CON UN SISTEMA DE SUSPENSIÓN*, Pamplona: ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN., 2012.
- [10] V. Faires, *Diseño de Elementos de Máquinas*, Editorial MS, 2006.
- [11] A. D. Gonzalez, *Modelación, identificación y control de una suspensión automotriz*, Monterrey: Tecnológico de Monterrey, 2004.
- [12] A. E. N. A. C. V. Miguel Angel Rodríguez Fuentes, *Análisis de la suspensión frontal izquierda de vehículo todo terreno AWD a escala 1:10 de radio control*, Mexico D.F: Twelfth LACCEI Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology, 2014.
- [13] M. G. F. M. Manuel Guilacela, *Diseño y construcción de un banco didáctico para el estudio del comportamiento del sistema de suspensión semi-activa*, Cuenca: Universidad Politécnica Salesiana, 2010.
- [14] F. Chalco y E. Sinchi, «UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA,» julio 2016. [En línea]. [Último acceso: 23 Septiembre 2021].
- [15] G. Tech, «Maquinaria Línea de Inspección livianos - Ficha Técnica,» [En línea]. Available: https://globaltech-car.com/producto/linea-de-inspeccion-vehicular-vteq3000/?gclid=CjwKCAjwy7CKBhBMEiwA0Eb7anD24wGnIoJTL_pJWGdOGgxC7mj4X6AOaToxzlQ-wvx1ERF5q6MvvhoCV2gQAvD_BwE. [Último acceso: 20 Julio 2021].
- [16] I. E. D. NORMALIZACIÓN, *NORMA TÉCNICA ECUATORIANA REVISIÓN TÉCNICA VEHICULAR. PROCEDIMIENTOS.*, Quito: INEN, 2003.
- [17] F. P. M. N. B. H. D. M. P. G. L. Jonas Kjær Ras, *Visual Studio Code VDM Suppo*, 0 Aarhus : Proceedings of the 18th International Overture , 2021.
- [18] T. Groussard, «JAVA 7: Los fundamentos del lenguaje Java,» de *JAVA 7: Los fundamentos del lenguaje Java*, Barcelona, Ediciones ENI, 2012, p. 10 y 11.
- [19] A. Agharkakli, G. Sabet y A. Barouz, «Simulation and Analysis of Passive and Active Suspension System Using Quarter Car Model for Different Road Profile,» *International Journal of Engineering Trends and*

Technology, vol. III, n° 5, pp. 636-644, 2012.

- [20] P.-É. Boileau y S. Rakheja, «Évaluation et étude du comportement dynamique d'un système de suspension torsio-élastique pour véhicules tout-terrain,» L'Institut de recherche en santé et en sécurité du travail du Québec, Québec, 1996.
- [21] Segla y Reich, «Optimization and comparison of passive, active, and semi-active vehicle suspension systems,» Technical University of Kosice, Besançon, 2007.