INNOVA Research Journal, ISSN 2477-9024
(Septiembre, 2017). Vol. 2, No.9.1 pp. 112-123
DOI: https://doi.org/10.33890/innova.v2.n9.1.2017.507
URL: http://revistas.uide.edu.ec/index.php/innova/index
Correo: innova@uide.edu.ec

Uso de las cadenas de Markov para un modelo de negocios

Using Markov chains for a business model

Msc. Gustavo Belizario Viñamagua Medina
Universidad Internacional del Ecuador, Ecuador

Autor para correspondencia: guvinamaguame@uide.edu.ec
Fecha de recepción: 01 de Junio de 2017 - Fecha de aceptación: 15 de Agosto de 2017

Resumen: Predecir las ventas de un producto de una industria resulta un problema matemático significante para los negocios, fundamentalmente en la producción de sábila como materia prima, todo está expuesto a riesgos debido a malos cálculos por parte de los jefes, malos procesos de optimización y otros factores externos. Riesgos que conllevan a generar datos e información dinámica de trabajo, que se transforma en un número finito de estados: comprar el primer producto Shampoo, comprar el segundo producto Gel para quemaduras del sol y comprar el tercer producto Gel tensor Anti arrugas. En el presente trabajo presentamos un algoritmo probabilístico basado sobre las cadenas de Markov de modo discreto, para la predicción de la dinámica de la disponibilidad de los porcentajes de ventas de los productos de sábila "Talea". Con las frecuencias dadas calculamos las probabilidades de transición, conservando el mismo orden que la tabla (Shampoo, Gel para quemaduras del sol, Gel tensor Anti arrugas.) mediante la matriz de transición de orden 3x3. Resolvemos el sistema de ecuaciones para obtener los resultados del periodo de ventas.

Palabras clave: Algoritmo probabilístico; Cadena; dinámica; Markov; Sábila

Abstract: Predicting the sales of a product from an industry is a significant mathematical problem for business, mainly in the production of aloe as raw material, the bosses, poor optimization processes and other factors External expose everything to risks due to bad calculations. Risks that lead to generate data and dynamic work information, which is transformed into a finite number of states: buy the first product Shampoo, buy the second product Gel for sunburn and buy the third product Anti-wrinkle tensor gel. In the present work, we present a probabilistic algorithm based on discrete Markov chains, for the prediction of the dynamics of the availability of the sales percentages of the "Talea" aloe products. With the frequencies given, we calculate the transition probabilities, keeping the same order as the table (Shampoo, Sunburn Gel, Anti-wrinkle Tensile Gel) using the 3x3 order transition matrix. We solve the system of equations to obtain the results of the sales period.

Key Words: Probabilistic Algorithm; Chain; Dynamic; Markov; Aloe

Introducción

Hoy en día los modelos matemáticos probabilísticos de Markov constituyen procesos estocásticos más utilizados para modelar problemas reales y situaciones generales, basadas en las probabilidades de eventos de etapas exactamente bien definidas dentro del comportamiento de tales procesos y en observaciones indirectas de estos. Las utilizaremos en la segmentación, análisis y evaluación de la matriz de transición, en espacios de disimilaridad como alternativas para la selección de prototipos, para modelar la dinámica de poblaciones, valores esperados, control de inventarios, data base, y como apoyo a tomar las mejores decisiones en los negocios, entre otras aplicaciones.

Los modelos matemáticos probabilísticos permiten otra forma de cálculo de la probabilidad de ventas de los productos de sábila “Talea”, los cuales pueden encontrarse en un número finito de estados durante determinados períodos de tiempo, denominados ciclos; que pueden ser representados en días, meses, años, entre otros. El campo de las ventas es una de las áreas que constantemente tienen que estar reorientando sus recursos para garantizar la disponibilidad técnica de las ventas de sábila en la región sur del Ecuador. La tecnología industrial es utilizada ampliamente para la previsión, análisis y de los clientes compradores, teniendo en cuenta que no está excepta de algún riesgo o falla humana, por ejemplo, un cliente no compra periódicamente la misma cantidad todos los meses o años.

El problema radica en: ¿Cómo influyen las preferencias de los compradores de productos?: ¿Shampoo, Gel para quemaduras del sol y Gel tensor Anti arrugas de la industria de sábila “Talea” en el Cantón Loja?

Objeto de estudio ¿Preferencias de los compradores de productos?: ¿Shampoo, Gel para quemaduras del sol y Gel tensor Anti arrugas en la distribución semestral de mercado de la industria de sábila “Talea” en el Cantón Loja?

Coherente con antes planteado estos riesgos conllevan a que las ventas de sábila presenten un comportamiento dinámico de trabajo, que transita por un número finito de estados: Shampoo, Gel para quemaduras del sol y Gel tensor Anti arrugas. Estos estados pueden ser absorbentes (compran los productos) y no absorbentes (no compran los productos), donde al llegar a estos últimos acaba el proceso de seguimiento.

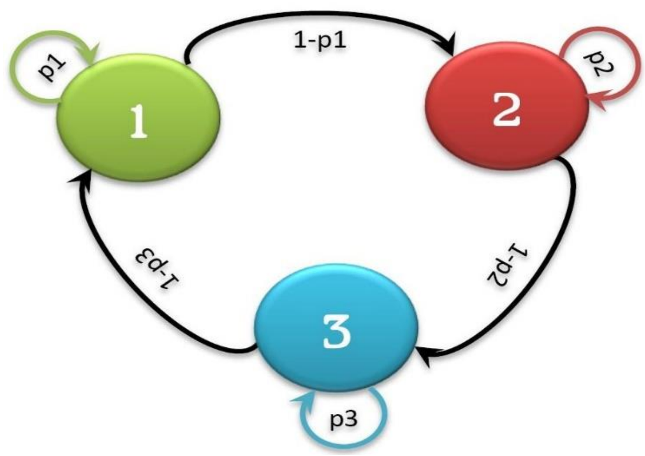


Figura 1. Estructura ergódica del modelo matemático de Markov para el proceso de compra de productos

La estrategia de la investigación está situada en un contexto particular de las mejores ofertas de pedidos los productos derivados de la sábila, tomando en cuenta los competidores, clientes, y proveedores, mediante probabilidades con cadena de Markov generando la distribución adecuada del mercado y ser elegidos por nuestros clientes con nuestra propuesta.

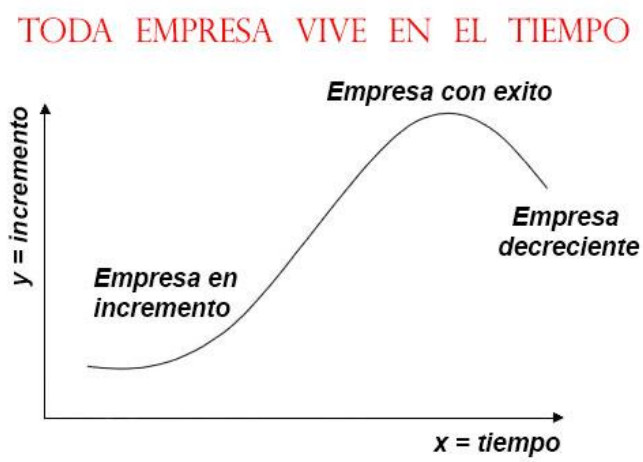


Figura 2. Crecimiento de una empresa en el tiempo y su zona de confort

Vamos a partir del modelo de negocio con el algoritmo matemático probabilístico (ALOA-MARKOV) y ser innovadores, sustentado sobre la Cadena de Markov en tiempo discreto que permita la predicción de la disponibilidad técnica de la compra de productos derivados de la sábila. La estrategia en la práctica busca deliberar un plan de acción que desarrolle ventajas competitivas respecto a la competencia.

Se analizaron variadas fuentes bibliográficas entre obras literarias, tesis y normativas, del ecuador y foráneas donde resaltan: Emprendimientos UIDE, 2014; Viñamagua, 2014; Hamdy A. Taha, 2012 y Elwood S. Buffa, James S. Dyer., 2008, entre otras. Distinguir la primera es de un autor lojano.

En todos los casos constituyeron referentes importantes sujetos a críticas que le dan vigencia e importancia a la investigación. Pero tratan el tema de manera muy general para el uso de cadenas de Markov a la venta de productos de sábila, en el caso de Viñamagua, 2014, ayuda pero para crear un emprendimiento en Loja y genera datos estadísticos importantes. Taha, 2012 y Elwood S. Buffa, James S. Dyer., 2008, son ricos en herramientas de investigación de operaciones con aportes interesantes en matemática profesionalizante para el contexto lojano.

Desde esta valiosa información que fueron encontrados aportes para este trabajo como la necesidad real de los compradores de sábila como materia prima, con lo sustentado anteriormente considero oportuno para el contexto de Loja edificar el trabajo del uso de cadenas de Markov para un modelo de negocios.

El objetivo de este trabajo es la obtención de un indicador y una planificación adecuada para la toma de decisiones en la compra de sábila según las políticas de ventas y margen de producción con la finalidad de obtener una adecuada relación entre productividad y pedidos que está definida en dos partes. En la primera: saber y métodos que, se abordan, las definiciones fundamentales empleadas en la creación del algoritmo matemático, detallando paso a paso su funcionamiento. Por otra parte, en la sección: Análisis y Resultados, se presenta como aporte experimental y práctica de la solución. También, en esta sección se presentará un análisis pormenorizado del funcionamiento del algoritmo para mostrar la fiabilidad de las predicciones plateadas

Metodología

En este trabajo utilizaremos la metodología algorítmica con la construcción del algoritmo ALOA-MARKOV para efectuar los cálculos de disponibilidad técnica haciendo uso de la cadena de Markov, nos centraremos en los conceptos más relevantes para comprender el modelo matemático probabilístico de Markov. Para lo cual nos apoyaremos en sustentos teóricos siguientes:

Población. - Corresponde a todos los individuos que componen un espacio muestral. (Ross. 2000. P.45)

Muestra. - Una muestra estadística, es una parte de la población, pero que es estadísticamente significativa. (Cabrera. 2007. P.102)

Evento o Suceso. - Se llama evento o suceso a todo subconjunto de un espacio muestral. Por ejemplo, en el espacio muestral E = {1, 2, 3, 4, 5, 6} del lanzamiento de un dado, los siguientes son eventos. (Cabrera. 2007. P.102):

1. Obtener un número primo A = {2, 3, 5}
2. Obtener un número primo y par B = {2}
3. Obtener un número mayor o igual a 5 C = {5, 6}

Teorema de la Probabilidad Total.- Sea A_1, A_2,..., A_n un sistema completo de sucesos tales que la probabilidad de cada uno de ellos es distinta de cero, y sea B un suceso para el que se conocen las probabilidades $P(B/A_i)$, entonces la probabilidad del suceso B viene dada por la siguiente expresión:

$$P(B) = P(A_1).P\left(\frac{B}{A_1}\right) + P(A_2).P\left(\frac{B}{A_2}\right) + \cdots + P(A_n).P\left(\frac{B}{A_n}\right)$$ James (2008)

***Procesos estocásticos*. -**

Un proceso en el que una o más variables aleatorias fluctúan a lo largo del tiempo.

La realización del proceso estocástico X(t): la secuencia de valores observados sobre un individuo de una variable aleatoria a lo largo del tiempo.

- Según su naturaleza temporal: continúo que se puede observar en cualquier instante y discreto que se puede observar a instantes específicos (no necesariamente aquí espaciados)
- Sobre X(t) se puede definir valores medios, varianzas
- Sobre los pares ($X(t_1)$, $x(t_2)$) se pueden definir la covarianza o valores de correlación.

$$COV_{t1,t2} = \frac{\sum(x_{t1}-\bar{x})(x_{t2}-\bar{x})}{N-1} \quad r_{xy} = \frac{COV_{t1t2}}{S_x^2}$$

***Cadena de Markov*. -** Una cadena de Markov es un proceso estocástico en el que: si el estado actual Xn y lo sestados previos X_1, X_2, …,X_{n-1} son conocidos.

=> La probabilidad del estado futuro X_{n+1} :

- No depende de los estados anteriores X_1, X_2, …,X_{n-1} y
- Solamente depende del estado actual X_n

Es decir;
Para n = 1,2,… y
Para cualquier sucesión de estados S_1, S_2, …,s_{n+1}
$P(X_{n+1} = S_{n+1} \mid X_1 = s_1,\ X_2 = s_2, \dots, X_n = s_n) = P(X_{n+1} = S_{n+1} \mid X_n = s_n)$. (Taha, 2012).

***Matriz de transición.* -** Es una matriz cuadrada cuyos elementos son no negativos y tal que la suma de los elementos de cada fila es igual a 1.

Dada una cadena de Markov con k estados posibles $s_1,...,s_k$ y probabilidades de transición estacionarias si:

$$p_{ij} = P\left(X_{n+1} = s_j \mid X_n = s_j\right) \rightarrow P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1k} \\ p_{21} & \cdots & p_{2k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k1} & \cdots & p_{kk} \end{pmatrix}$$

La matriz de transición P de cualquier cadena de Markov finita con probabilidades de transición estacionarias es una matriz estocástica. Taha (2006).

Regularmente, el estudio del comportamiento de un sistema durante un período suele llevar al análisis de un proceso estocástico con la siguiente estructura: en instantes específicos del tiempo, el sistema se encuentra exactamente en una posición de un número finito de estados mutuamente excluyentes y exhaustivos

Los períodos en el tiempo pueden encontrarse a intervalos iguales o su esparcimiento puede depender del comportamiento general del proceso en el que se encuentra sumergido el proceso estocástico, con la siguiente estructura: en instantes específicos del tiempo t, el proceso se encuentra exactamente en una posición de un número finito de estados mutuamente excluyentes y exhaustivos *0, 1, 2,… S* Los períodos en el tiempo pueden encontrarse a intervalos iguales o su esparcimiento puede depender del comportamiento general del proceso en el que se encuentra sumergido el proceso estocástico.

De esta forma, la representación matemática del sistema físico es la de un proceso estocástico $\{X_i\}$ en donde las variables aleatorias se observan en t = 1, 2,… T y en donde cada variable aleatoria puede tomar el valor de cualquiera de los S + 1 enteros 0, 1, 2, …S. que caracterizan los estados del proceso.

Taha (2006). Se dice que un proceso estocástico tiene la propiedad de Markov cuando solo del estado presente se puede obtener información del comportamiento futuro del proceso, esto es: sus estados futuros son independientes de los estados pasados, mientras que en un proceso estocástico sin la propiedad de Markov, dada una distribución de variables aleatorias $\{ X_j;\ k = 1, 2, 3 \ldots\}$ la probabilidad de que una variable aleatoria Xj esté en el estado xj es $[\ P\ (Xj) = xj \mid \{ X_k\}\ k \neq j\ ]$. Esto significa que la probabilidad de que dicha variable X_j esté en el estado x_j depende de los valores de todas las demás variables aleatorias X_k. La propiedad de Markov enuncia que, siendo $\{X\ (t);\ t\geq 0\}$ un proceso estocástico continuo en el tiempo con valores de t enteros y no negativos, se dice que dicho proceso es un proceso discreto de Markov (cumple la propiedad de Markov) sí, para $n \geq 0$ y en los instantes $0< t_0 <t_1<...t_n <t_{n+1}$ y en los estados $i_0, i_1, \ldots i_{n+1}$ cumple que:

$$\boldsymbol{P_r\ (X\ (t_{n+1}) = P_r(X\ (t_{n+1}) = i_{n+1} \mid X(t_n = i_n)))}$$

X_t representa el estado de la compra en el instante de tiempo futuro t, ello define un proceso estocástico que corresponde a la secuencia $X_0, X_1, X_2, X_3,\ldots, X_n$ que representa su nivel de funcionamiento a través del tiempo. Constantemente el valor de X_t depende de los valores previos de la secuencia. Estos cambios de estados son representados a través de las denominadas probabilidades de transición entre estados, que, en el caso de las transiciones en una etapa, corresponde a la probabilidad de pasar de un estado a otro desde una etapa de tiempo t hasta la siguiente en t+1

El modelo markoviano que se presenta contempla las siguientes hipótesis:

- Estima un número finito de procesos para describir el comportamiento dinámico de trabajo de las compras (compra C, no compra NC).
- Estima conocida una distribución de probabilidades al inicio del horizonte de estudio (t = 0) que refleja a qué estado de los previamente definidos en una compra.
- Estima que la transición de un proceso actual a otro en el futuro, depende solamente del proceso actual (propiedad Markoviana).
- La probabilidad de esta transición sea independiente de la etapa de tiempo considerada (propiedad estacionaria), lo que significa que no cambie el tiempo de estudio del equipo médico.

Para construir la cadena nos apoyamos en todos los datos históricos de órdenes de servicio efectuadas por los compradores.

- **Algoritmo ALOA-MARKOV** para una aplicación software

Entrada:

Lista_Secuencia_Estados: Lista con la secuencia de estados por la que transitan los productos
var_Cant_Periodo: Tiempo que permite predecir las probabilidades para los distintos valores posibles en el periodo establecido

Salida:

Lista_Disponibilidad_Tecnica: Lista con la predicción de la disponibilidad técnica de compra de los productos para los estados absorbentes

1:lista_Matrices = ConstruirMatrices (listaSecuen-ciaEstados)
2:var_Potencia = 2
3:Si var_Cant_Periodo = 1 entonces
4:lista_Disp_Tecnica = MultiplicarMatrices (lista-Matrices [0], listaMatrices [1])
5:Sino Si
6:lista_Vector_Matriz = {}
7:listaAux= lista_Matrices [1]
8:Fin Si
9:Mientras_var_Potencia<= var_Cant_Meses entonces
10:lista_Vector_Matriz = Multiplicar_Matrices (lista-Matrices [1], listaAux)
11:listaAux = lista_Vector_Matriz
12:lista_Vecto_rMatriz = lista_Disp_Tecnica
13:var_Potencia++
14:Fin Mientras
15: lista_Disp_Tecnica = Multiplicar_Matrices (lista-Matrices [0], listaAux)
16: Retornar_lista_Disp_Tecnica
17: FIN

Resultados

Como aporte práctico de este trabajo se implementó un proceso que lleva por nombre "uso de cadenas de Markov para un modelo de negocios", con el modelo matemático probabilístico ALOA-MARKOV, el cual está integrado con el modelo de emprendimiento derivados de la sábila presentado por la Universidad Internacional del Ecuador en el concurso de emprendimiento en Quito obteniendo el segundo lugar en el 2014.

Los compradores de productos Shampoo, Gel para quemaduras del sol y Gel tensor Anti arrugas de la industria de sábila "Talea" en Loja prefieren tres productos. Partimos del estudio hecho por la UIDE – Loja en el proyecto de emprendimiento “derivados de la sábila” donde realizan una encuesta en febrero 2014 a 7.250 personas que dichos productos y los resultados fueron.

Compra actual	Shampoo	Gel para quemaduras del sol	Gel tensor Anti arrugas	Total
Shampoo = 1490	457	795	238	1490
Gel para quemaduras del sol = 3230	626	1978	626	3230
Gel tensor Anti arrugas = 3230	795	795	1640	3230
Total	**1878**	**3568**	**2504**	**7950**

a) Si las compras se hacen mensualmente, ¿cuál será la distribución del mercado de productos de sábila “Talea” en Loja para el mes de mayo?
b) ¿cómo se distribuirán los compradores de productos de sábila “Talea”?
c) En el mes de mayo, cuál es la proporción de clientes leales a sus productos de sábila “Talea”?

Solución:

a) Con las frecuencias anteriores calculamos las probabilidades de transición, conservando el mismo orden que la tabla Shampoo = 1490; Gel para quemaduras del sol = 3230; Gel tensor Anti arrugas = 3230 sería:

$$P = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{pmatrix}$$

De febrero a mayo son 4 meses, por lo que debemos obtener la matriz de transición P^4

$$P^2 = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.24 & 0.53 & 0.23 \\ 0.23 & 0.53 & 0.25 \\ 0.25 & 0.41 & 0.34 \end{pmatrix}$$

$$P^4 = \begin{pmatrix} 0.24 & 0.53 & 0.23 \\ 0.23 & 0.53 & 0.25 \\ 0.25 & 0.41 & 0.34 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.24 & 0.53 & 0.23 \\ 0.23 & 0.53 & 0.25 \\ 0.25 & 0.41 & 0.34 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2336 & 0.4992 & 0.2672 \\ 0.2338 & 0.4974 & 0.2688 \\ 0.2363 & 0.4859 & 0.2778 \end{pmatrix}$$

Mes de mayo

b) Se trata de la situación estable

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} ; x + y + z = 1$$

Matriz de transición:

$$\begin{aligned} 0.3x + 0.2y + 0.25z &= 0 \\ 0.5x + 0.6y + 0.25z &= 0 \\ 0.2x + 0.2y + 0.5z &= 0 \\ x + y + z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -0.7x + 0.2y + 0.25z &= 0 \\ 0.5x - 0.4y + 0.25z &= 0 \\ 0.2x + 0.2y - 0.5z &= 0 \\ x + y + z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 7x - 2y - 2.5z = 0 \\ 5x - 4y + 2.5z = 0 \\ 2x + 2y - 5z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

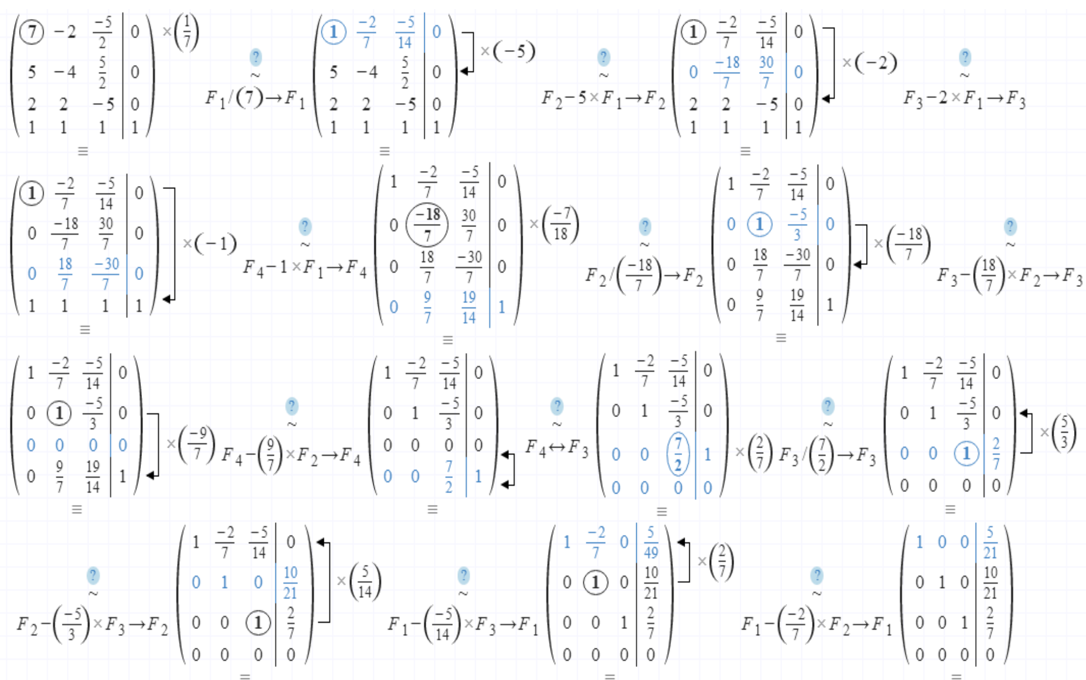
Resolviendo el sistema tenemos que:

X = 5/21

Y = 10/21

Z = 2/7

El método de Gauss-Jordan



$$\begin{cases} x_1 & = \frac{5}{21} \\ \quad x_2 & = \frac{10}{21} \quad (1) \\ \qquad x_3 & = \frac{2}{7} \end{cases}$$

$\equiv$

- De la ecuación 3 del sistema (1) encontramos con la variable x_3:

  $x_3 = \frac{2}{7}$
- De la ecuación 2 del sistema (1) encontramos con la variable x_2:

  $x_2 = \frac{10}{21}$
- De la ecuación 1 del sistema (1) encontramos con la variable x_1:

  $x_1 = \frac{5}{21}$

La respuesta:

- $x_1 = \frac{5}{21}$
- $x_2 = \frac{10}{21}$
- $x_3 = \frac{2}{7}$

Fuente: Solución del sistema se en encuentra en la plataforma web: https://matrixcalc.org/es/slu.html#solve-using-Gauss-Jordan-elimination%28%7B%7B7,-2,-%285%2F2%29,0,0%7D,%7B5,-4,5%2F2,0,0%7D,%7B2,2,-5,0,0%7D,%7B1,1,1,0,1%7D%7D%29

c) En febrero la proporción de venta es:

- Shampoo: 1878/7950 = 0.24;
- Gel para quemaduras del sol: 3568/7950 = 0.45 y
- Gel tensor Anti arrugas: 2504/7950 = 0.32.

En el mes de junio la proporción es:

$$\begin{pmatrix} 0.24 & 0.45 & 0.32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.24 & 0.464 & 0.296 \end{pmatrix}$$

Es decir:

- 24 % para Shampoo;
- 46.4 % para Gel para quemaduras del sol y
- 29,6 % para Gel tensor Anti arrugas.

Discusión

Para validar la efectividad del algoritmo ALOA-MARKOV se hace uso del método experimental, los datos utilizados en el experimento son provenientes de 7.950 encuestas efectuadas en la ciudad de Loja y Provincia con el muestreo al azar aleatorio.

Cómo criterio personal creo que a pesar de ser una tarea difícil ya que sería un cambio brusco en comparación a lo que se realiza actualmente en nuestro país que tendría éxitos siempre y cuando el alumno realice, trabaje y participe en proyectos de investigación cumpliendo objetivos que se persiguen siendo esto uno de los miedos planteados por profesores (Los estudiantes, sobre todo los más jóvenes, se pueden perder en la tarea del proyecto innovador y olvidar sus propósitos de aprendizaje investigativo).

Conclusiones

La presente investigación se propone un modelo markoviano para predecir los pedidos y ventas de productos de una empresa. La metodología adoptada más el algoritmo matemático propuesto permite confrontar la incertidumbre que genera un modelo de negocios, delineando la dinámica de la probabilidad de ventas y ganancias a futuro

La mirada estocástica se presenta muchas veces en los negocios, porque existen variables aleatorias, cuyos valores son resultados de los mismos. Las Cadenas de Markov se convierten en una herramienta matemática eficiente para el análisis a un futuro cercano de eventos que cambian de estado a medida del tiempo, en los que las probabilidades de que este se encuentre en un estado determinado a partir del estado en que se encontraba.

Podemos decir que las cadenas de Markov es un método importante, ya que ha comenzado a usarse en los últimos años como instrumento de investigaciones de rutas críticas, valores esperados, mercadotecnia, etc., para examinar y pronosticar el comportamiento de los clientes desde el punto de vista de su lealtad a un cierto producto y de sus formas de cambio a otros productos.

El algoritmo probabilístico propuesto en este trabajo permite enfrentar elementos de incertidumbre (compras de productos de sábila “Talea”) presentes en la predicción de las compras de los tres productos. Este permite la extensión de la secuencia de estados sin alterar el modelo matemático adoptado ni la complejidad temporal de su ejecución. En los resultados se evidencia, además, que resulta satisfactorio que el algoritmo propuesto esté sustentado sobre la Cadena de Markov en tiempo discreto al contrastar la disponibilidad observada con la disponibilidad pronosticada para los productos de la población en estudio.

Se recomienda una extensión del modelo propuesto a métodos más complejos, basados en aprendizaje como es el caso de los Modelos Ocultos de Markov para medir a través de efectos externos u observaciones estados pocos visibles en forma directa.

Bibliografía

Bartholomew., D.J. (2003). Stochastic Models for Social Processes, John Wiley and Sons, Londres. Inglaterra.

Cabrera., O. ReporTech. (2007). Gestión de Tecnolo-gíaMédica. Sociedad Cubana de Bioingeniería. La Habana. Cuba.

Elwood S. Buffa., James S. Dyer. (2008). Ciencias de la administración e investigación de operaciones. México. Editorial Limusa.

Hamdy A. Taha. (2012). Investigación de operaciones. México. Novena edición. Editorial. Pearson Educación.

Mathur, Kamlesh., Solow., Daniel. (2007). Investigación de operaciones. El arte de la toma de desiciones. México. II Edición. Editorial Prentice – Hall.

Ross S. (2000). Introduction to Probability Models Aca-demic Press. USA.

Viñamagua G. (2017). Enseñanza de la matemática universitaria mediante estrategia didáctica por proyectos. Holguin. Cuba